
O GEOPLANO EM AULAS DE MATEMÁTICA: DIÁLOGOS ENTRE GEOMETRIA E LÍNGUA MATERNA

Bernadete Verônica Schaeffer Hoffman¹
Thiarla Xavier Dal-Cin Zanon²

Resumo: Neste artigo se descreve um estudo desenvolvido em sala de aula com base nas pesquisas realizadas pelos autores Hoffman (2012) e Zanon (2011) mediante sua inserção no Grupo de Estudos em Educação Matemática do Espírito Santo [GEEM-ES]. Traz-se um recorte de uma pesquisa qualitativa desenvolvida, em 2016, com 28 alunos de uma turma do quinto ano, em uma escola pública municipal de Vitória-ES. O texto mostra que conceitos de geometria e de língua materna podem ser construídos em um processo dialógico que utiliza o geoplano quadricular e as interlocuções entre aulas de matemática de caráter interdisciplinar. Apresenta e analisa aulas de noções básicas de geometria que foram direcionadas na perspectiva do diálogo realizado ante a manipulação do material concreto, da observação e da pesquisa sobre a própria prática, na ação, como parte do processo de ensino, aprendizagem e avaliação em matemática. Assim, mostra como conduzir atividades interdisciplinares que utilizam leitura e escrita na busca pela construção de conceitos de geometria a partir da exploração do geoplano quadricular e de outros recursos em diferentes espaços. A pesquisa apontou que, em uma perspectiva mais discursiva, é possível mediar a construção de conceitos de geometria, fazendo interlocução entre a língua materna e matemática com suas regras e simbologias próprias. E sugere que o processo de formação do estudante deve ser visto como um todo, em que as diversas áreas do conhecimento dialoguem entre si, evitando sua fragmentação e atribuindo sentido aos conteúdos escolares.

Palavras-chave: Geometria; Atividades Interdisciplinares; Geoplano.

THE GEOBOARD IN MATHEMATICS CLASSES: DIALOGUES BETWEEN GEOMETRY AND MATERNAL LANGUAGE

Abstract: This paper presents a study developed in the classroom based on the research carried out by Hoffman (2012) and Zanon (2011) through their inclusion in the Study Group on Mathematical Education of Espírito Santo [GEEM-ES]. It is a snapshot of a qualitative research developed in 2016 with 28 students from a 5th grade class, in a municipal public school in Vitória-ES. The text shows that concepts of geometry and maternal tongue can be constructed in a dialogic process that uses the quadratic Geoboard and interlocutions between mathematics classes of an interdisciplinary nature. It presents and analyzes lessons on basic notions of geometry that were directed from the perspective of the dialogue carried out from the manipulation of concrete material, observation and research on the practice itself, in action, as part of the teaching, learning and evaluation processes in mathematics. Thus, it shows how to conduct interdisciplinary activities that use reading and writing in the search for the construction of geometry concepts from the exploration of the quadratic Geoboard and other resources in different spaces. The research pointed out that, in a more discursive perspective, it is possible to mediate the construction of geometry concepts, making interlocution between the maternal language and mathematics with its own rules and symbologies. It also suggests that the student's learning process should be seen as a whole, in which the different areas of knowledge dialogue with each other, avoiding their fragmentation and giving meaning to school contents.

Keywords: Geometry; Interdisciplinary Activities; Geoboard.

¹ Mestre em Educação pela Universidade Federal do Espírito Santo (Ufes). Professora da Prefeitura Municipal de Vitória (PMV). E-mail: bernahoffman@yahoo.com.br. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8906-5537>.

² Doutora em Educação pela Universidade Federal do Espírito Santo (Ufes). Professora e Coordenadora da Licenciatura em Matemática do Instituto Federal do Espírito Santo (Ifes), campus Cachoeiro de Itapemirim. E-mail: thiarlax@ifes.edu.br. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7120-2262>.

1 INTRODUÇÃO

Após nossa entrada ao Grupo de Estudo em Educação Matemática do Espírito Santo [GEEM-ES], reforçamos a nossa motivação pela busca de novas ideias que contribuíssem para nossa prática de sala de aula. Sentíamos que a aprendizagem de matemática e de língua materna dos alunos precisava de algo mais do que estávamos em condições de oferecer naquele momento. Logo no começo, descobrimos lacunas em nossa formação, ao mesmo tempo que nos envolvíamos ainda mais no processo de ensinar, aprender e avaliar em matemática.

Os estudos, desde então, mostraram-nos que nossa formação necessitava de aprofundamentos em conhecimentos de conteúdos matemáticos e conhecimentos pedagógicos, principalmente em relação ao pensamento geométrico. Limitávamo-nos a ensinar área e perímetro, sem perceber que esse conteúdo envolvia outros conceitos, como linhas retas e não retas, superfícies planas e não planas, entre outros, que não abordávamos em sala de aula. Atuávamos na perspectiva de que os sentidos atribuídos ao ensino de geometria na escola básica, de modo geral, estavam vinculados à aplicação de fórmulas e a desenhos de figuras geométricas. Centrávamos a aprendizagem no eixo números e operações e intuitivamente fazíamos conexões com medidas, mas pouco conscientes da importância de fazer com que todos os campos da matemática e de outras áreas de conhecimento dialogassem entre si.

Buscando essa integração da matemática com ela mesma e com a leitura e a escrita, apresentamos, neste artigo, um estudo desenvolvido em sala de aula com base nas pesquisas que realizamos (HOFFMAN, 2012; ZANON, 2011) mediante nossa inserção no GEEM-ES. Ao respondermos à questão norteadora: *Que conceitos de geometria e de língua materna podem ser construídos em um processo dialógico que utiliza o geoplano quadricular e a observação em aulas de matemática de caráter interdisciplinar?*, trazemos um recorte de um estudo desenvolvido em 2016, com uma turma do quinto ano de uma escola pública municipal de Vitória-ES. Mostramos como direcionamos aulas de noções básicas de geometria na perspectiva do diálogo que se realiza pela manipulação do material concreto, observação e pesquisa como parte do processo de ensino, aprendizagem e avaliação em matemática e a maneira como conduzimos atividades interdisciplinares que utilizaram leitura e escrita na busca pela construção de conceitos de geometria a partir da exploração do geoplano quadricular e de outros recursos em diferentes espaços.

A seguir, discorreremos sobre a fundamentação teórica e metodológica que sustentou esta pesquisa, bem como apresentamos o desenvolvimento da aula com a manipulação, mediação e escrita em matemática instigadas pelo uso do geoplano. Em nossas análises e considerações finais, subjazem as discussões teóricas e metodológicas amadurecidas no GEEM-ES, desde 2006.

2 APONTAMENTOS TEÓRICOS

Nos últimos anos, muito se tem falado sobre os aspectos discursivos nas aulas de matemática, levando vários pesquisadores ao debate sobre os benefícios da utilização da leitura e da escrita nessa disciplina (SANTOS, 1997; LOPES; NACARATO, 2009; HOFFMAN, 2012). Um trabalho cujo objetivo é formar leitores e escritores e bons resolvedores de problemas concebe o texto como unidade de sentido e o torna o ponto de partida e de chegada ao processo de ensino e de aprendizagem. Formar escritores não deve ser somente tarefa do professor de língua portuguesa, pois o contexto de produção pode ser naturalmente criado em todas as aulas. Daí a importância de oportunizar ao estudante a produção de textos em matemática para que se familiarize com o vocabulário específico e adquira autonomia de pensamento. Em nossa prática, estratégias como a produção de textos coletivos em duplas, em pequenos grupos ou individuais são escolhidas de acordo com os objetivos de cada aula.

Na abordagem matemática, a produção de um texto escrito pode ser uma forma de auxiliar na construção dos conceitos ou de avaliar aspectos afetivos (HOFFMAN, 2012). Os textos coletivos são boas oportunidades de aprimorar habilidades linguísticas e perceber as diferentes compreensões dos conceitos matemáticos construídos pelos alunos. Durante o processo de produção textual, as ideias emergem dos estudantes, enquanto o professor atua como mediador, estruturando frases e registrando as ideias coletivas. Essa prática vai ao encontro do que postula Moreira (1999) no estudo da teoria de Vygotsky, quando afirma que, durante a mediação, se negociam significados, possibilitando que os conceitos espontâneos se aproximem dos científicos. O estudante traz suas ideias e certifica-se das compreensões que construiu nos momentos de interlocução oral, validando-as ou refazendo-as, o que equivale a dizer que há um “intercâmbio de significados” nessa interação (MOREIRA, 1999). Desse modo, um trabalho que privilegia a discussão oral e a interlocução de saberes oportuniza conexões entre os campos da matemática e o desenvolvimento da escrita, visto que o professor se faz presente durante a produção. Sobre isso, Carvalho e Malta (2020) lembram que

[...] o aluno quando colocado em situações de escrita de textos pode apresentar a palavra que vai além do discurso, isto é, a palavra que vai além da fala e da escrita. Nesse sentido supomos que o aluno pode revelar a palavra que lhe falta, mas que o professor, por estar preocupado com questões de ordem linguística, acaba focando apenas o que está registrado sobre a folha de papel, no caso da produção de gêneros escritos, ou no que é pronunciado, no caso de gêneros da oralidade. Nesse entendimento, podemos dizer que o professor ao dar ênfase à forma, correção, clareza, coesão e coerência deixa de perceber os não-ditos e os mais-além (do dizer) presentes nos textos do aluno (CARVALHO; MALTA, 2020, p. 44).

A palavra não dita e os “mais-além” podem constituir-se em conceitos-chave do conteúdo de matemática e tornar-se apoio linguístico para a clareza do texto. Assim sendo, o trabalho interdisciplinar, em produções escritas coletivas ou individuais, pode ser entendido como um caminho interessante no ensino da matemática e sua comunicação em língua materna. Outro aspecto a ser considerado é o fato de que, quando o estudante lê e escreve em aulas de matemática, ele tende a

evidenciar os atributos relevantes ou irrelevantes acerca de um determinado conceito. Sobre isso, o Zanon (2019) destaca que “[...] podemos pensar que construímos conceitos básicos quando associamos ideias relevantes relacionadas a eles” (p. 100). Por isso, é importante entender que os atributos relevantes caracterizam certo conceito e, portanto, devem ser reconhecidos e mencionados quando os estudantes exploram, por exemplo, uma figura geométrica tridimensional e verbalizam ou escrevem as particularidades do objeto. Já os atributos irrelevantes são entendidos como o conjunto de características que não são relevantes à aprendizagem do conceito em si, “[...] mas são úteis à matemática e se apresentam associadas a outros conceitos” (ZANON, 2019, p. 101).

Embora haja uma percepção de que esforços de professores de anos iniciais se concentram mais em números e operações, no GEEM-ES discutimos a necessidade de desenvolver o pensamento geométrico da criança desde cedo, pois sabemos que este se constitui de um conjunto de componentes que envolvem processos cognitivos como a percepção, a capacidade de trabalhar com imagens mentais, abstrações, generalizações, discriminações e classificação de figuras geométricas entre outras habilidades (NASCIMENTO *et al.*, 2014). Por mais elementares que sejam os estilos de vida, a matemática está em tudo que nos cerca e presente de forma interligada. No dia a dia, é preciso quantificar, medir, delimitar formas, resolver problemas, demonstrar e comunicar resultados. Logo, não se concebe mais um ensino de matemática que não esteja conectado aos diversos aspectos do cotidiano.

Ademais, é preciso não perder de vista que a criança precisa de experiências lúdicas, de brincadeiras e da vivência com o concreto e palpável. Por isso, aliamos atividades sistematizadas com situações de aprendizagem desenvolvidas em diferentes espaços, utilizando material manipulável sempre que julgamos necessário. E é aqui que entra o geoplano como um recurso que auxilia no ensino de matemática, pois ele permite uma abordagem diferente, conectando Espaço e Forma, Grandezas e Medidas e Números e Operações, em um só momento de aprendizagem. Explorado desde as pesquisas de Caleb Gattegno em 1961 aos nossos dias, o geoplano tem sido utilizado como um recurso ao ensino de geometria plana elementar e de frações, entre outros (SILVA; SANTOS-WAGNER, 2010). Mas, como todo recurso, não pode ser o único. Por isso, mostramos a seguir como direcionamos aulas de noções básicas de geometria na perspectiva do diálogo que se realiza pela manipulação do material concreto, observação e pesquisa como parte do processo de ensino, aprendizagem e avaliação em matemática. Mostramos ainda como conduzimos atividades interdisciplinares que utilizaram leitura e escrita, buscando construir conceitos de geometria com a exploração do geoplano e outros recursos em espaços escolares e não escolares.

3 METODOLOGIA

Desenvolvemos um estudo qualitativo do tipo pesquisa-ação (FIORENTINI; LORENZATO, 2007), no qual buscamos compreender e interpretar indícios de aprendizagem de alunos do quinto ano acerca de conceitos geométricos, enquanto atuávamos diretamente na sala de aula. Para isso, desenvolvemos, em abril de 2016, quatro aulas geminadas de cem minutos cada uma, em dias consecutivos: na primeira aula, exploramos coletivamente os conceitos espontâneos que os estudantes possuíam sobre geometria; foram realizadas pesquisas sobre esse conceito em dicionários e na internet; e realizamos a manipulação de embalagens trazidas por eles; na segunda, utilizando geoplano, os alunos se organizaram em grupos de quatro estudantes e realizaram alguns exercícios; a terceira dedicou-se à apresentação das construções geométricas realizadas por eles no geoplano; e, na quarta, executamos uma atividade ao ar livre em que os estudantes foram posicionados em frente à escola, em um ponto mais alto que lhes permitisse avistar os telhados das construções do bairro e desenhá-los a partir dessa perspectiva.

Utilizamos os diálogos, o geoplano e as atividades escritas como os principais instrumentos de produção de dados. Desse modo, analisamos os exercícios realizados pelos grupos e as tarefas dos alunos escritas em seus cadernos. Também olhamos os diálogos construídos na interação entre professor/pesquisador e estudantes e aqueles que emergiam entre os próprios estudantes. Esses foram registrados por nós enquanto circulávamos entre eles pelos espaços e tempos de aula. As atividades foram documentadas com fotografias, gravações de áudio e anotações de nossas percepções durante e após as aulas.

Participaram da pesquisa 28 estudantes do quinto ano de uma escola municipal de Vitória-ES, entre os quais escolhemos dados de Rafa, Ruy, Nay, Cauã e Stefy, para ilustrar as aprendizagens construídas que melhor exemplificam o estudo. Todos os nomes são fictícios, e a utilização de seus dados foi-nos autorizada pelos responsáveis mediante a assinatura do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE). As análises, a seguir, apresentam os indícios de respostas à questão de pesquisa grifados em itálico.

4 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS

4.1 O geoplano

A palavra geoplano vem da união das palavras “geo”, de geometria, e “plano”, que faz referência a uma tábua ou superfície plana. Ele é um recurso didático que constitui um plano que pode ser formado por uma base de madeira na qual são cravados pinos ou pregos equidistantes dispostos sobre ela, formando uma malha quadriculada, isométrica ou triangular, ou ainda descrevendo círculos visuais. De acordo com a disposição desses pregos ou pinos, o geoplano pode ser nomeado de quadricular, circular, isométrico ou triangular. É utilizado acompanhado de

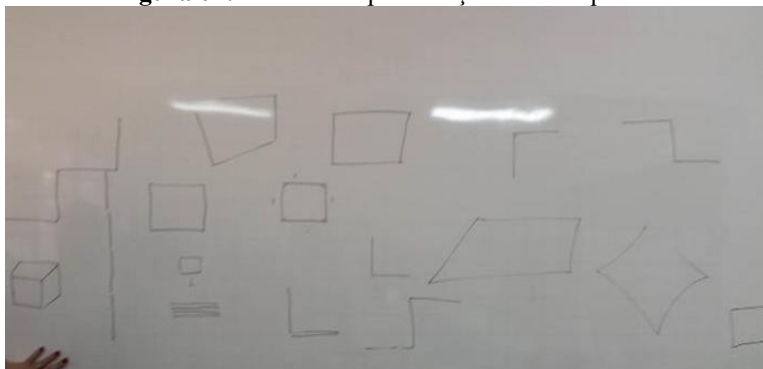
borrachinhas coloridas com as quais é possível desenhar figuras geométricas, cujas linhas partem dos pinos ou pregos que servem de vértices.

Segundo Silva e Santos-Wagner (2010), o geoplano foi criado pelo matemático Calebe Gategno (1911-1988) e, desde 1961, vem sendo utilizado na sala de aula para facilitar a aprendizagem, pois permite explorar diversos conceitos relacionados às figuras planas, desde os mais elementares até as ideias mais complexas. Em nosso estudo, utilizamos o geoplano quadricular. Ele serviu de apoio à percepção de atributos (ZANON, 2019) que caracterizam as figuras planas e a identificação de algumas de suas regularidades com o objetivo de que os estudantes as diferenciassem de figuras tridimensionais.

4.2 As aulas e a condução de atividades interdisciplinares

No primeiro dia dedicado à pesquisa, sondamos o entendimento de geometria dos estudantes por meio de uma aula expositiva dialogada. Na ocasião, perguntamos-lhes: *O que vocês entendem por geometria?* Somente dois alunos arriscaram uma resposta dizendo que era o estudo das formas geométricas. Então, incentivamos a turma a buscar outras possibilidades de resposta para que as compartilhassem com os demais. Alguns grupos de estudantes recorreram a dicionários de língua portuguesa e outros se dirigiram à sala de informática, valendo-se de sites da internet, para buscarem uma definição mais precisa em matemática. Ao apresentarem suas descobertas, notamos que eram apenas das noções de sólidos geométricos e de figuras planas. Assim, resolvemos aproveitá-las e explorar as ideias subjacentes, mesmo entendendo que elas não se aproximavam do conceito de geometria em si, mas dos objetos nela estudados, algo implícito ao conceito. Exemplo de algumas respostas trazidas por eles: *“A geometria tem origem grega e sua tradução literal é medir a terra; A Geometria é o estudo das formas dos objetos presentes na natureza; A geometria são figuras como quadrados, triângulos...”*.

Figura 01: Possíveis representações de um quadrado



Fonte: Arquivo das pesquisadoras, 2016.

Depois de terem verbalizado suas descobertas, pedimos que sugerissem como seriam tais figuras para que pudéssemos desenhá-las como sugerem Santos (1997) e Silva (2009). Os estudantes

mencionaram um quadrado. Então, perguntamos: *O que é um quadrado? Como posso desenhá-lo?* Vários alunos disseram que tinha quatro linhas. Então indagamos: *Como assim?* A essa questão eles respondiam com mímicas ou se dispunham a desenhá-lo no quadro. Insistíamos em que nos dissessem suas características, seus atributos relevantes (ZANON, 2019), para que pudéssemos representá-lo. A cada comando que ditavam, reproduzíamos os traços: *são quatro linhas, são quatro linhas para cima, não, é uma para a esquerda e outra para a direita; não, tem que fechar; é um cubo; é um retângulo cortado no meio; são quatro linhas do mesmo tamanho; são quatro linhas do mesmo tamanho, mas fechado;* entre outros. Alguns alunos mostraram objetos como a mesa, a borracha e o próprio caderno, para exemplificar o que, para eles, seria um quadrado. Ao final, conseguimos os registros mostrados na Figura 1.

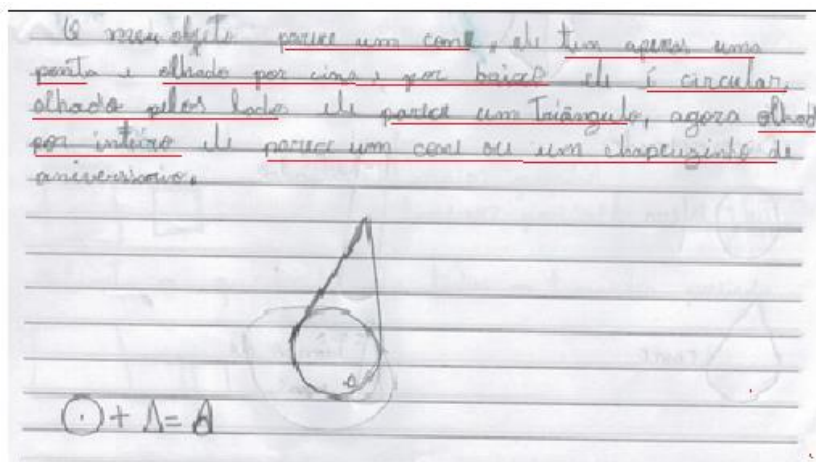
Após essa discussão e diante de algumas reflexões mediadas por nós, os alunos concluíram que um *quadrado é um quadrilátero regular, uma figura geométrica com quatro lados de mesmo comprimento e quatro ângulos retos*. Mostramos a eles o que é um ângulo e como medi-lo usando o transferidor. De imediato, os estudantes começaram a observar na sala a presença de vários ângulos retos, como aqueles formados *pelos cantos das janelas, das portas, do quadro e de suas mesas*. Notaram que era preciso fornecer informações claras sobre o objeto que queriam descrever com palavras (SANTOS, 1997; SILVA, 2009). Com base nessa discussão, redigiram as próprias conclusões sobre a definição de quadrado, momento em que fizemos a mediação na escrita livre.

Essa atividade de escrita das informações encontradas pelos estudantes mostrou que havia confusão na definição de figuras geométricas planas e de sólidos geométricos, pois algumas produções revelavam fragilidades. Exemplo: *nós desenhamos um quadrado, ele é como um cubo. As atividades realizadas até aqui não esclareceram essa diferença*. Assim, novas tarefas foram propostas com a ajuda de embalagens que os alunos haviam trazido e com uma caixa de sólidos da escola. Uma delas diz respeito à construção pelos estudantes do conceito de figura bidimensional e tridimensional de modo simultâneo, a partir de uma mesma atividade, pois Silva (2009) afirma que “[...] é importante fazer a diferenciação entre as superfícies planas e não planas que compõem os sólidos geométricos [...] não podemos trabalhar com um conceito de maneira isolada, precisamos identificar as diferentes variáveis que estão inter-relacionadas [...]” (p. 234).

Inicialmente, convidamos os estudantes a separar os sólidos em dois grupos de acordo com os seus atributos (ZANON, 2019). Nessa ação, agruparam os corpos redondos e os não redondos, observando as suas características. Identificaram corpos *que rolam* e que *não rolam* porque *tem quinas*, como diziam. Com a nossa ajuda, construíram os conceitos de poliedros, corpos com várias faces planas. Também introduzimos a nomenclatura para as características apontadas por eles: faces planas, bases, arestas e vértices. Manusearam cubos, outros blocos retangulares, prismas e pirâmides. Em duplas, escolheram um sólido para descrever suas características, registrá-las em seus cadernos e

ler para os colegas. Alguns alunos contornaram faces e outros tentaram desenhar os sólidos em perspectiva, como vemos na Figura 02.

Figura 02: Texto do aluno Ruy



Fonte: Arquivo das pesquisadoras, 2016.

O aluno Ruy manipulou o seu objeto e identificou-o como um cone, descrevendo-o como o viu de diferentes pontos de vista. Evidenciou algum conhecimento de seus atributos (ZANON, 2019): *parece um cone, ele tem apenas uma ponta* e olhado por cima e por baixo *ele é circular*, olhado pelos lados ele parece um *triângulo*, agora olhado por inteiro ele *parece um cone ou um chapéuzinho de aniversário*. Quando Ruy compara o cone a um chapéuzinho de aniversário, parece-nos que percebe que os sólidos geométricos, tais como são explorados na escola, são a representação do mundo físico. Tanto que ele tenta, em seu texto, fazer a representação do que vê de diferentes ângulos de visão. Por isso, na fase inicial de estudo, é necessário que estudantes comparem os sólidos geométricos com os objetos a sua volta ou com o que for de sua vivência. Estávamos trabalhando com a “[...] visualização e a representação mental que cada criança realizava em suas comparações” (SILVA, 2009, p. 236), para que os conceitos básicos começassem a ser construídos. No que se refere à linguagem materna, percebemos o uso indevido da letra maiúscula em *Triângulo* e no início de uma das frases. Também falta de acentuação em *aniversario*. Usa quase corretamente vírgula. Seu texto serviu-nos para nova sistematização e discussão dos pequenos equívocos.

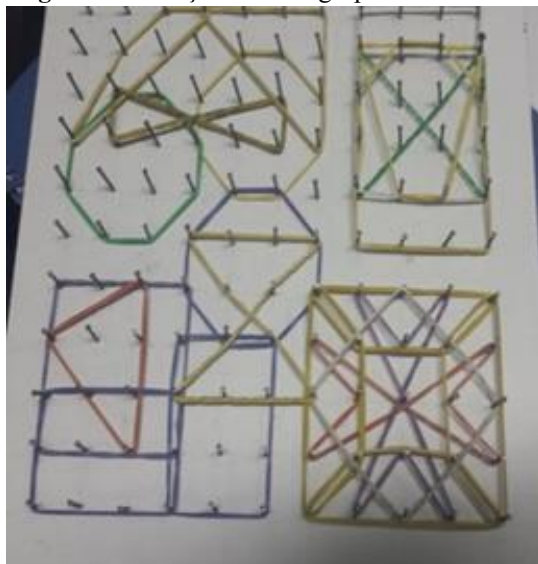
A reprodução de algumas faces deu-nos a oportunidade de dizer-lhes que o que haviam desenhado eram figuras planas e estas possuíam *todos os seus pontos em um mesmo plano em duas dimensões, comprimento e largura*. Permitimos também que realizassem a comparação de seus desenhos com aqueles feitos pelos colegas que tentaram ilustrá-lo em perspectiva. Nesse momento, resolvemos trabalhar com o geoplano, pois este recurso permite o estudo sistemático das figuras planas, auxiliando na compreensão e desfazendo equívocos conceituais acerca delas.

4.3 O uso do geoplano – manipulação, mediação e escrita

Na segunda aula, levamos o geoplano quadrangular. Separamos a turma em seis grupos de três/quatro alunos e cada um deles recebeu um geoplano e algumas borrachinhas coloridas. Dissemos que eles fariam figuras planas e os pregos seriam os pontos em que as semirretas representadas pelas borrachinhas se encontrariam. Apresentamos o seguinte comando: 1. Construir uma ou mais figuras de acordo com a sua criatividade e descrevê-la em poucas linhas; 2. Construir diferentes figuras geométricas planas que você já conhece ou outras que deseje criar; 3. Construir dois quadrados: o maior possível e o menor possível; 4. Construir quadrados de todos os tamanhos possíveis.

Para ilustrarmos a riqueza de tais atividades, mostramos a seguir a criação do grupo de Rafa e o diálogo tecido entre os estudantes e uma das professoras pesquisadoras.

Figura 03: Criação livre do grupo do aluno Rafa



Fonte: Arquivo das pesquisadoras, 2016.

P: *Conta pra mim, o que é que vocês criaram?*

Rafa: *É uma “jubaleba”.*

P: *E o que é isso?*

Mike: *Tudo que veio na mente. Aqui a gente fez um quadrado (mostrava o retângulo amarelo à direita).*

Rafa: *Não, isso não é um quadrado. O quadrado está dentro dele...*

P: *É? Por quê?*

Rafa: *O quadrado tinha que ter lados iguais, então contamos quatro pregos de cada lado (mostrava).*

P: *E a figura maior?*

Rafa: *É um retângulo...*

P: *Por quê?*

Cauã: *Ói, ele não tem o mesmo tamanho em cada lado...*

P: *Mas é por isso que ele se chama retângulo? Lembra-se do que falamos ontem sobre os ângulos?*

Rafa: *Ah, os ângulos retos...*

P: *Vocês acham que os ângulos do retângulo e do quadrado são diferentes?*

Cauã: *Não é igualzinho, ói (mostrou o lado superior).*

P: *Então o quadrado também pode ser chamado de retângulo?*

Alunos: ... (Diálogo registrado entre alunos e professor pesquisador).

Aproveitamos para dizer que o quadrado é um retângulo, mas o retângulo não é um quadrado. *O retângulo é um paralelogramo com dois pares de lados paralelos que formam ângulos retos entre si.* E o quadrado é um tipo especial de retângulo, com essas mesmas características, mas se diferencia por ter seus 4 lados com a mesma medida (*congruentes*). Intuitivamente abordamos “[...] questões relativas aos quantificadores universais e existência de suas negações” (REGO; REGO, 2009, p. 46). Acreditamos que a observância de regularidades conduzirá generalizações em estudos posteriores para muito além do que podíamos abordar naquele momento. Em estudos no GEEM-ES, defendemos que é preciso utilizar corretamente a nomenclatura das figuras geométricas desde os anos iniciais. A introdução tardia desses termos tende a tornar mais complexo o ensino e a aprendizagem de geometria, pois a falta de familiaridade com o vocabulário matemático empobrece a língua materna. Nessa perspectiva, perguntamos:

P: *E essas três figuras aqui, o que são* (apontamos os polígonos de oito lados da Figura 3)?

Rafa: *Eu não sei, mas ontem tinha no prisma* (fez alusão à base do sólido que tinha visto no dia anterior).

P: *Ah, estes eram octógonos, polígonos de oito lados. Por isso é que esse prisma se chama prisma de base octogonal. Vamos repetir?*

Alunos: *Octógono...*

Outros diálogos foram feitos no intuito de observarem as diagonais e as figuras inscritas em outras com base nelas, como vemos na Figura 3, em que o aluno traça as diagonais do retângulo superior direito. A aluna Stefy assim se pronunciou: *o retângulo aqui tem quatro triângulos dentro dele.* Eram percepções que lhes ajudariam posteriormente na compreensão do cálculo de área e perímetro. Uma das vantagens do uso do geoplano é que ele permite que as criações não se resumam às formas prototípicas de figuras planas representadas normalmente em livros. Os alunos rotacionavam o geoplano e, conseqüentemente, a figura. Por isso, percebiam-na por vários ângulos de visão. É comum o aluno não reconhecer um quadrado ou um triângulo desenhado em outra posição quando está acostumado a ver essas figuras sempre da mesma maneira (SANTOS, 1997), por isso atividades desse tipo são essenciais na construção do pensamento geométrico.

A percepção dos estudantes, possibilitada pelo material, seria elementar para a compreensão do cálculo de área. Pode parecer muito óbvio, mas, quando o aluno tira conclusões e as vê celebradas pelo professor, podemos atingir outros propósitos, como fazer com que esse estudante acredite em si mesmo e em sua capacidade de fazer novas descobertas. Sobre isso, Lorenzato (2006) assim se expressa:

[...] a descoberta é fundamental no ensino de matemática, pois, como sabemos, essa disciplina inspira medo aos alunos e foge dela quem pode. No entanto, quando o aluno

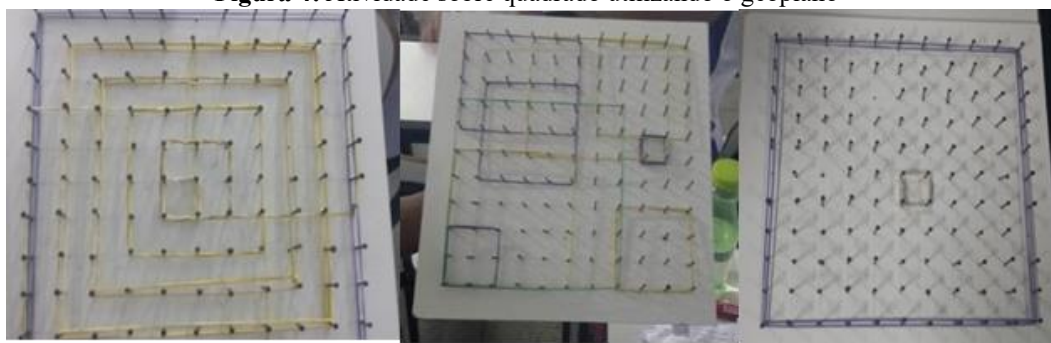
consegue fazer descobertas, as quais, na verdade, são redescobertas, então surge o gosto pela aprendizagem [...] (p. 81).

Em cada grupo conversávamos sobre suas criações, fazendo questionamentos que levavam a conclusões e informações diferentes. A seguir, mostramos a representação dos estudantes da tarefa que propunha a construção de todos os quadrados possíveis e daquele de maior e menor tamanho (Figura 2).

No primeiro geoplano, percebemos que o grupo, de fato, representa vários quadrados inseridos um dentro do outro, respeitando um padrão, até chegar ao centro, no qual a redução de dois pregos por lado já não era possível. No segundo geoplano, notamos que há dois retângulos não quadrados um traçado (6 x 5) e outro inscrito. Pode ter sido erro de contagem, mas parece que ainda não há clareza de que, para obter quadrados, os quatro lados precisam ser congruentes. No terceiro geoplano, o grupo limitou-se a apresentar apenas o maior e o menor quadrado sem outras criações ou descobertas. Vale lembrar que essa atividade foi realizada sem mediação. Agora, durante a apresentação dos grupos, ouvíamos frases do tipo, *mas esse roxo lá em cima não é um quadrado, em cima tem mais pregos...; Aí tem mais retângulo que quadrado... Pudia ter feito mais quadrado, era só mudar a cor da borrachinha pra ver...* (Sic.).

Essa atividade mostrou-se proveitosa porque conversar com os alunos, levando-os a manifestar seus conhecimentos sobre determinado assunto, é um dos melhores recursos quando se trabalha na perspectiva de uma avaliação realizada durante todo o processo desenvolvido com a classe (SANTOS, 1997; HOFFMAN; SANTOS-WAGNER, 2021). Nessa linha de pensamento, dialogamos com os alunos no intuito de apurar o que eles já sabiam e o que ainda não sabiam, para que pudéssemos realizar novas abordagens.

Figura 4: Atividade sobre quadrado utilizando o geoplano



Fonte: Arquivo das pesquisadoras, 2016.

Durante a apresentação, percebemos que alguns estudantes tinham esquecido determinados conceitos ou termos. Porém, os colegas que lhes assistiam faziam intervenções e os ajudavam na reformulação do pensamento reelaborando ideias e conceitos. Eles mesmos tiravam novas conclusões, como vimos acima. Estudos no GEEM-ES mostram que a socialização das estratégias

entre os estudantes, comentando processos, erros e conclusões, é fundamental para a sua formação. Na sequência dessa atividade, enfatizamos que não é possível confiar apenas na memória, pois precisariam recorrer aos registros escritos para resgatar o que aprenderam. Criávamos, nesse momento, condições para uma produção escrita (porque dizer, o que dizer, para quem dizer, como dizer) tão necessárias para que o estudante sentisse motivação em escrever. Assim, produziram o texto coletivo, sistematizando algumas das aprendizagens (ver Figura 07 com transcrição abaixo).

Trabalhando com geoplano

Hoje nós fizemos varias figuras geométricas no geoplano.

Nosso grupo fez uma casa e uma igreja. Vimos que havia triângulos, quadrados, e retângulos. Descobrimos que para fazer um quadrado foi preciso usar os mesmos números de pregos em cada lado, porque os lados tem que ser da mesma medida ou comgrientes.

É preciso ter quatro ângulos internos iguais com 90° graus, ou seja ângulos retos.

Aprendemos que o quadrado é um retângulo porque tem ângulos de 90° graus e linhas opostas de mesmas medidas. Logo, o quadrado também é um retângulo, mas o retângulo não é um quadrado.

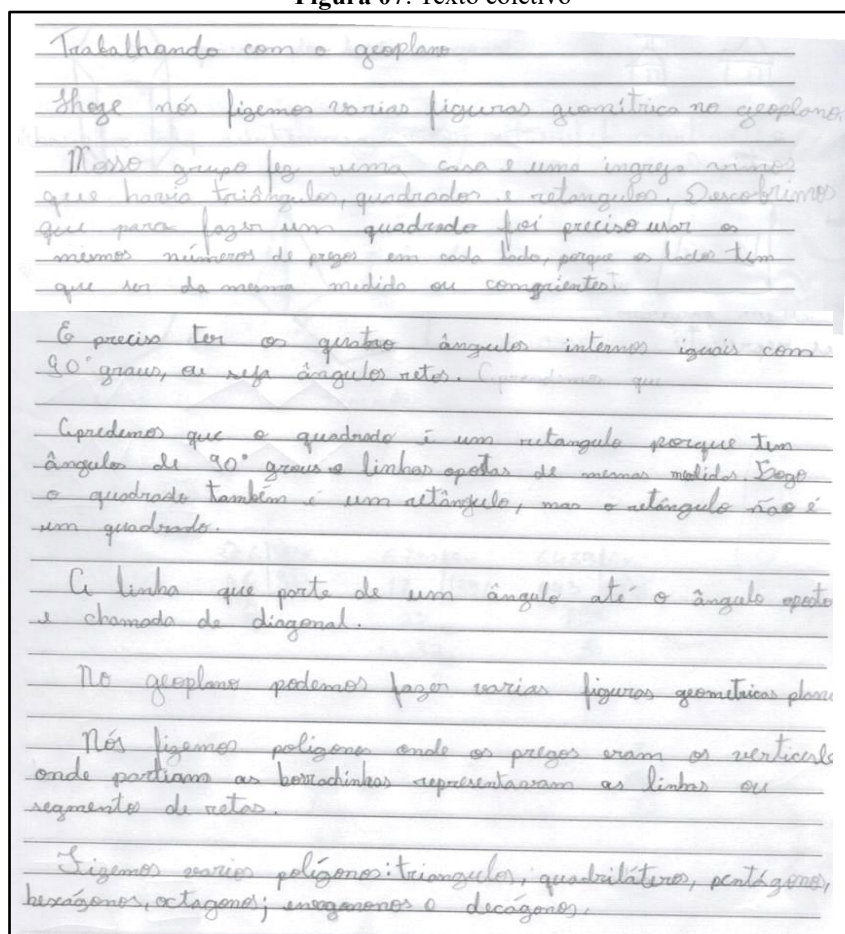
A linha que parte de um ângulo até o ângulo oposto é chamada de diagonal.

No geoplano podemos fazer varias figuras geometricas planas.

Nós fizemos poligonos onde os pregos eram os verticerlo (vértices) onde partiam a borrachinhas representavam as linhas ou segmentos de retas.

Fizemos vários polígonos: triângulos, quadriláteros, pentágonos, hexágonos, octógonos, enedágonos e decágonos.

Figura 07: Texto coletivo



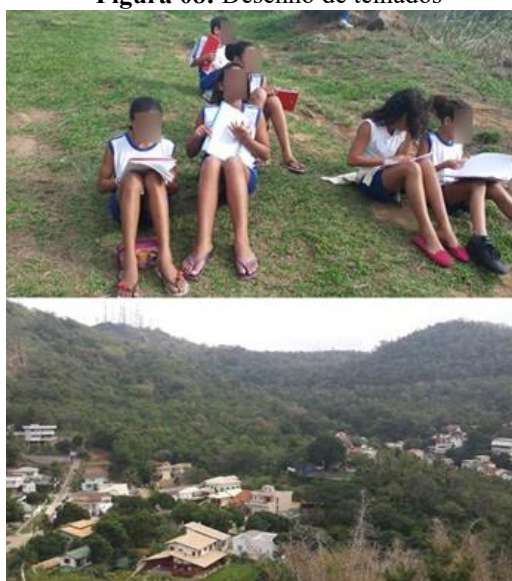
Fonte: Caderno do aluno Cauã, 2016.

Notamos que, mesmo sendo um texto coletivo, ao transcrevê-lo para seu caderno, ainda há equívocos que precisam ser desfeitos na nomenclatura, o que requer novas mediações para que esse vocabulário se torne familiar. Nesse sentido, para maior compreensão dos termos matemáticos, os alunos ainda foram estimulados a procurar outros vocábulos formados por esses mesmos prefixos gregos e latinos, associando-os à ideia de multiplicidade, por exemplo: *tricampeão*, *pentacampeão*, *hexacampeão*; *tridimensional*, *bidimensional*; *tetraplégico*; entre outros.

A discursividade permitiu-nos fazer conexões com outras áreas do saber em que os alunos, mais uma vez, traziam suas vivências, tornando a aula um espaço de trocas e de múltiplas aprendizagens. Acrescentavam saberes e enriqueciam sua linguagem com palavras novas em outros contextos. Exemplo de pesquisas e frases: *Eu vi que pentágono é um prédio nos Estados Unidos. Ele é igual a uma figura que Nay fez [...]*. Referia-se ao prédio que abriga a sede do Ministério da Defesa dos Estados Unidos, cuja base é pentagonal. *Ainda havia confusão entre figuras planas e não planas, mas construíamos outros sentidos para as palavras em língua materna, ao mesmo tempo em que avaliávamos a aprendizagem matemática.* A frase sobre o *Pentágono* serviu-nos de pista para novos planejamentos, diversificando ao máximo as atividades envolvendo geometria. Assim, ocupando outros espaços-tempos, realizaram um passeio em volta da escola, subindo a ladeira para observar o telhado das casas, relatar o que viam, desenhar e descrever em um novo texto. A própria movimentação em si já servia de estímulo para mobilizar novas aprendizagens, conforme podemos perceber na Figura 08. Foi uma atividade que surgiu *da avaliação do que a escrita revelou de aprendizagens matemáticas.*

Os alunos viram como é difícil sair de um desenho protótipo para uma representação real. O que mais chamou a atenção foi perceber como as partes retangulares dos telhados se configuravam em diferentes *paralelogramos*, quando vistos de outro ângulo. *Tem só telhado meio tortinho*, diziam.

Figura 08: Desenho de telhados



Fonte: Arquivo das pesquisadoras, 2016.

Essa atividade iniciou uma nova sequência didática com a ajuda da professora de Arte. Nessa interlocução, discutiram conceitos de visão em primeiro plano e outros, melhorando, assim, o desenho original com a projeção da imagem em PowerPoint. A atividade ainda possibilitou conexões com Geografia e História com ricas discussões sobre desigualdades sociais, visto que os alunos não são oriundos do bairro em que a escola está inserida. Realizaram comparações entre os telhados de suas casas e os telhados que percebiam na observação.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao buscarmos respostas à questão: *Que conceitos de geometria e de língua materna podem ser construídos em um processo dialógico que utiliza o geoplano quadricular e a observação em aulas de matemática de caráter interdisciplinar?*, nosso estudo mostrou que é possível construir conceitos de geometria e de língua materna em um processo dialógico que utiliza materiais manipuláveis, como o geoplano quadricular e a observação em aulas de matemática de caráter interdisciplinar. É possível ao professor dos anos iniciais atingir o objetivo de levar o estudante a comunicar-se oralmente e por escrito, usando a língua materna em qualquer situação, o que inclui a linguagem matemática com suas regras e simbologias próprias. O processo de formação do estudante aqui foi visto como um todo em que as diversas áreas do conhecimento dialogassem entre si. Tentamos desenvolver aulas em que se evitasse a fragmentação, buscando dar sentido aos conteúdos escolares. Isso pressupõe um trabalho sistemático com a leitura e escrita em todas as disciplinas, inclusive matemática, sem desmerecer práticas tradicionais, que também precisam estar presentes, como exercícios procedimentais de cálculo. Por isso, concordamos com Lopes e Nacarato (2009) e Hoffman (2012), quando defendem a utilização da escrita na aprendizagem matemática, auxiliando o processo de alfabetização e a construção de sentidos nessa disciplina.

Mostramos um pouco de como uma turma do quinto ano foi conduzida em aulas de noções básicas de geometria na perspectiva do diálogo, a partir do que se realiza pela manipulação do material concreto, observação e pesquisa. Os estudantes aprenderam a diferenciar figuras planas de sólidos geométricos e a reconhecer alguns dos principais atributos definidores de polígonos em atividades variadas que não se resumiam ao desenho ou observações no livro didático. As aulas foram desenvolvidas levando o estudante a externar seus conhecimentos prévios, enquanto fazíamos mediações que lhes possibilitavam novas descobertas e explorações em todos os momentos de aprendizagem.

Quanto ao uso do geoplano, vale ressaltar que o material manipulável somente cumprirá seu objetivo se houver a mediação do professor. Por isso, não nos prendemos apenas a ele. O geoplano constituiu-se em só mais um recurso para atingir os objetivos. Lorenzato (2009) nos dirá que “[...] o MD [Material Dourado] nunca ultrapassa a categoria de meio auxiliar de ensino, de alternativa

metodológica à disposição do professor e do aluno, e, como tal, o MD não é garantia de bom ensino, nem de uma aprendizagem significativa e não substitui o professor” (p. 18). Assim sendo, acreditamos que atividades variadas em geometria devem ser desenvolvidas com os estudantes para que os conceitos emergjam de forma sistemática em diferentes situações.

A escrita é fundamental para a construção do conhecimento matemático e do desenvolvimento da linguagem materna, além de possibilitar a avaliação em processo. Aqui pedimos que o estudante escrevesse suas conclusões para resgatar o que aprendeu em outro momento, mas poderíamos sugerir que criasse atividades a serem distribuídas entre os colegas ou solicitar a produção de textos lúdicos, fabulando situações matemáticas; ou ainda pedir que fizessem registros formais de uma aula, utilizando o gênero que quisessem. O importante é não perder de vista a importância da escrita, variando as condições do dizer (CARVALHO; MALTA, 2020). Agindo assim, possibilitaremos esse exercício no dia a dia, ainda que seja com algumas frases, pois isso pode parecer a limitação do estudo. Escrever não é fácil. E trabalhar com a escrita, menos ainda. Mas não é impossível, é caminho a ser construído em aulas de matemática.

REFERÊNCIAS

CARVALHO, Wacemberg Pereira Lima Carvalho; MALTA, Paula de Lima Nunes Malta. Práticas de escrita e mediação docente no ensino de gêneros textuais: questões sobre a resistência na escrita do gênero memórias literárias. **ReDiPE: Revista Diálogos e Perspectivas em Educação**, Marabá-PA, v. 2, n. 2, p. 36-51, dezembro, 2020. Disponível em: <https://periodicos.unifesspa.edu.br/index.php/ReDiPE/article/view/1391>. Acesso em: 10 mar. 2021.

FIorentini, Dario; LOrenzato, Sérgio. **Investigando em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. 2 ed. Campinas, SP: Autores associados, 2007.

GEEM-ES, Grupo de Estudo em Educação Matemática do Espírito Santo. **Anotações dos autores**, 2006-2016.

HOFFMAN, Bernadete Verônica Schaeffer. **O uso de diferentes formas de comunicação em aulas de matemática no ensino fundamental**. 2012. 290f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2012.

HOFFMAN, Bernadete Verônica Schaeffer; SANTOS-WAGNER, Vânia Maria Pereira dos. Avaliação com mediação em resolução e elaboração de problemas. *In*: SILVA, Américo Junior Nunes da; VIEIRA, André Ricardo Luca. **Incompletudes e contradições para o avanço da pesquisa em matemática 3**. Ponta Grossa, PR: Atena, 2021, p. 202-218.

LOPES, Celi Aparecida Espasandin; NACARATO, Adair Mendes. (Orgs.). **Escritas e leituras na educação matemática**. 1. ed. 1. reimp. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

LOrenzato, Sérgio. **Para aprender matemática**. Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

LORENZATO, Sérgio. Laboratório de ensino de matemática e materiais manipuláveis. *In:* LORENZATO, Sérgio (Org.). **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. 2. ed. Campinas: Autores Associados, 2009.

NACARATO, A. M.; MENGALI, B. L. S.; PASSOS, C. L. B. **A matemática nos anos iniciais do ensino fundamental**: tecendo fios do ensinar e do aprender. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

NASCIMENTO, Andréia Aparecida da Silva Brito et al. A geometria e o ciclo de alfabetização. *In:* BRAIL, Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. **Pacto nacional pela alfabetização na idade certa**: Geometria. Brasília: MEC, SEB, 2014.

REGO, Rômulo Marinho; REGO, Rogéria Gaudêncio. Desenvolvimento e uso de materiais didáticos no ensino de matemática. *In:* LORENZATO, Sérgio (Org.). **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. 2. ed. Campinas: Autores Associados, 2009.

SANTOS, Vânia Maria Pereira. **Avaliação de aprendizagem e raciocínio em matemática**: métodos alternativos. Rio de Janeiro: Projeto Fundão, Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro, 1997.

SILVA, Sandra Aparecida Fraga da. **Aprendizagens de professoras num grupo de estudos sobre matemática nas séries iniciais**. 2009. 364 f. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2009.

SILVA, Wellington Ribeiro da; SANTOS-WAGNER, Vânia Maria Pereira dos. Construção e utilização do geoplano circular como alternativa para se introduzir a geometria plana. *In:* X ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, CULTURA E DIVERSIDADE, 2010, Salvador, BA. **Anais [...]**. Salvador, BA. SBEM, 2010. p. 1-7.

ZANON, Thiarla Xavier Dal-Cin. **Imagens conceituais de combinatória no ensino superior de Matemática**. 2019. 332 f. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2019.

ZANON, Thiarla Xavier Dal-Cin. **Formação continuada de professores que ensinam matemática**: o que pensam e sentem sobre ensino, aprendizagem e avaliação. 2011. 300f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2011.

Submetido em: 29 de março de 2021.

Aprovado em: 11 de junho de 2021.

Publicado em: 30 de junho de 2021.